INTRODUCCION A LA ELECTRONICA Y ELECTROTECNIA 2002

SISTEMAS DE UNIDADES

La experiencia nos enseña que cuando lanzamos un objeto, éste adquiere una aceleración, tanto mayor cuanto más grande es la fuerza con que lo impulsamos. En otras palabras, existe una relación directa entre la fuerza que actúa sobre un cuerpo y la aceleración que alcanza.
Consideremos dos bolas de igual volumen, una de níquel y otra de barro. Si queremos comunicar a ambas la misma aceleración, tendremos que ejercer una fuerza mucho mayor sobre la bola de níquel que sobre la de barro. O sea, que el esfuerzo para lograr determinada aceleración depende de la naturaleza de la bola.
Todo esto nos lleva a la necesidad de admitir que existe una relación constante entre los esfuerzos que realizamos y las aceleraciones obtenidas para un cuerpo determinado.
Esta constante se conoce con el nombre de masa, y es característica del cuerpo considerado.

FUERZA Y ACELERACION

Newton resume lo que acabamos de decir en un segundo Principio, según el cual "la fuerza que actúa libremente sobre un cuerpo es igual al producto de la aceleración que éste adquiere por una constante, característica del cuerpo elegido, que llamaremos masa".
Si llamamos F a la fuerza, m a la masa y a a la aceleración, podemos escribir

F = ma

que constituye la ecuación fundamental de la Dinámica y resume los dos principios enunciados.

Las fuerzas se miden en newton, en el sistema MKS (Giorgi) y 1 N corresponde a la fuerza a que está sometido un cuerpo de masa igual a 1 kilogramo sobre el que actúa una aceleración de 1 metro/segundo^2.
Tenemos, pues,

1 N = 1 kg . 1 m/seg^2

El newton es la unidad de fuerza en el sistema MKS (metro, kilogramo y segundo).

TRABAJO

Cuando vencemos una resistencia decimos que realizamos un **trabajo**: por ejemplo al levantar un cuerpo, porque le obligamos a recorrer un espacio bajo la acción de una fuerza que se opone a la de la gravedad.
Pueden presentarse dos casos:
a) Que la fuerza y el desplazamiento tengan la misma dirección. Es el caso de cuando levantamos un cuerpo pesado. El trabajo se obtiene multiplicando la magnitud de la fuerza que actúa sobre el cuerpo por el espacio recorrido por su punto de aplicación.

W = F . d

b) Que la fuerza y el desplazamiento no tengan la misma dirección. Cuando la dirección de la fuerza y la dirección del desplazamiento forman un cierto ángulo, sólo efectúa trabajo la componente de la fuerza en la dirección del movimiento. Consideremos el caso de un trineo arrastrado por un perro, desplazándose sobre una superficie horizontal.
La fuerza F puede descomponer en:

F. cos α (en la dirección del desplazamiento) y en

F. sen α perpendicular a la primera.

Puesto que la fuerza vertical no efectúa trabajo, ya que el trineo no se mueve hacia arriba, el trabajo lo realiza únicamente la fuerza horizontal; por tanto,

W = F.d. cos α

Para que una fuerza realice un trabajo es condición imprescindible que el punto de aplicación de la misma experimente un desplazamiento, y que éste no sea perpendicular a la fuerza.
Cuando sostenemos un libro con la mano, a pesar de la sensación de cansancio, desde el punto de vista de la Física no efectuamos ningún trabajo pues no hay una fuerza en movimiento.
Análogamente, cuando transportamos un objeto pesado por una superficie horizontal, al que tenemos que aplicar una fuerza hacia arriba que contrarreste su peso, tampoco efectuamos trabajo, pues la fuerza forma un ángulo de 90º con la dirección de desplazamiento y por Trigonometría sabemos que cos 90º = 0, de modo que aplicando la fórmula anterior resulta que el trabajo es nulo.

La unidad de trabajo en el sistema MKS es el julio, que es igual a 1 newton por 1 metro.

1 julio = 1 newton x 1 m (J=N.m)

Cuando una fuerza actúa sobre un cuerpo produciendo un movimiento, decimos que realiza un trabajo; por ejemplo, la fuerza que mueve una locomotora sobre rieles. Si consideramos el tiempo que esta locomotora emplea en realizar un trabajo determinado, llegamos al concepto de potencia, o sea el trabajo que puede desarrollar en un tiempo definido, generalmente la unidad, un segundo. La capacidad para producir un trabajo constituye la energía.

La unidad de potencia en el sistema MKS es el vatio (W) y es igual a 1julio/1s

1 vatio = 1 julio/1s (W=J/s)

UNIDADES EMPLEADAS EN TEORIA DE LOS CIRCUITOS.

La materia se compone de estructuras complejas llamadas átomos. Cada átomo está compuesto primariamente por tres partícula fundamentales, electrones, protones y neutrones.
En el centro del átomo se encuentra el núcleo formado por la combinación de protones, (partículas con una carga positiva) y neutrones (partículas sin carga intrínseca, el "pegamento" de los neutrones).
Describiendo una órbita alrededor del núcleo se encuentran los electrones, con carga negativa.
La combinación de estas tres partículas, en una estructura específica, determina las propiedades químicas y eléctricas de la sustancia.

FUERZA ENTRE CARGAS ELECTRICAS

Una de las leyes fundamentales de la física es el concepto de atracción y repulsión electrostática; esto es: "Partículas con carga opuesta se atraen mientras que partículas con cargas iguales se repelen".

La fuerza con que se atraen o repelen dos cargas eléctricas es directamente proporcional al valor absoluto de cada una de estas cargas e inversamente proporcional al cuadrado de la distancia que las separa.
Llamando Q1 y Q2 a las dos cargas separadas por la distancia r, la fuerza que actúa entre ambas es:

$$F = k . \frac{Q1.Q2}{r^2}$$

Siendo k una constante de proporcionalidad que depende del medio donde se encuentren dichas cargas.

En la práctica se adopta una unidad de carga llamada **culombio (C)**, en el sistema MKS Giorgi.

El protón y el electrón tienen cargas de igual magnitud de $1{,}6.10^{-19}$ C.
$k = 1/ 4.\pi.\varepsilon_0$ (si el medio donde se encuentran las cargas es vacío)
donde:

$$\varepsilon 0 = 8{,}854.10^{-12} \frac{C^2}{N.m^2} \qquad F = \frac{Q1.Q2}{4.\pi.\varepsilon 0.r^2} \approx 9.10^9 . \frac{Q1.Q2}{r^2} \; N$$

Si suponemos dos esferas cargadas cada una con 1 culombio y separadas por la distancia de 1km, se repelerían con una fuerza de casi 9000N .

El cálculo nos indica que el culombio es una unidad demasiado grande para los fenómenos electrostáticos, pero su empleo es muy frecuente en el estudio de las corrientes eléctricas, como veremos más adelante.

CAMPO ELECTRICO Y POTENCIAL

Se denomina campo eléctrico a la región del espacio donde se manifiesta la existencia de fuerzas debidas a las cargas de los cuerpos electrizados. En todo campo pueden observarse unas "líneas de fuerza" que expresan la trayectoria que seguiría una carga abandonada libremente.
Las líneas de fuerza parten de las cargas positivas y se dirigen a las negativas.

Para hacernos una idea de lo que es un campo eléctrico, pensemos en un imán.
Una carga situada a cierta distancia del centro del campo se encuentra bajo la acción de una fuerza. Sobre la misma carga a mayor distancia actúa una fuerza menor.

La energía en un punto del campo equivale al trabajo que sería preciso realizar para llevar la carga citada a un punto situado fuera del campo donde su energía fuese cero.

Esta energía potencial almacenada, de una carga situada en un punto del campo eléctrico, se denomina potencial en dicho punto.

Corrientemente interesa más conocer la "diferencia de potencial" entre dos puntos de un mismo campo. El potencial depende de la intensidad del campo, de la carga eléctrica y de la distancia.

Se llama trabajo eléctrico el producto de la carga por la diferencia de potencial, y equivale al transporte de ésta del punto del potencial V1 al V2.

Trabajo = Q (V1 - V2)

La unidad de la diferencia de potencial en el sistema MKS (Giorgi) se denomina voltio y es igual a "la diferencia de potencial entre dos puntos de un campo en el que hay que efectuar el trabajo de 1 julio para transportar de un punto a otro la carga de 1 culombio".

$$1\ V = \frac{1\ J}{1\ C}$$

Deseamos calcular el trabajo que se debe efectuar sobre una carga de 0,60 culombios para que pase del punto B al punto A, si la diferencia de potencial es de 110 voltios.

$Q = 0{,}6\ C \qquad W = Q \cdot V_{BA} = 66\ J$

$V_{BA} = 110\ v$

Si tenemos un cuerpo conductor de la electricidad y lo cargamos sucesivamente con cantidades de carga dos, tres, etc., veces mayores que la carga inicial, el potencial resultará ser también, dos, tres, etcétera, veces el valor primitivo.

CAPACIDAD

La conclusión anterior nos indica que existe una relación directa entre la carga de un cuerpo y su potencial. A esta relación la denominamos capacidad.

La unidad de capacidad es el " faradio" y corresponde a la de un conductor que con la carga de un culombio adquiere el potencial de un voltio.

$$\text{Capacidad} = \frac{\text{Cantidad de carga}}{\text{Dif. de potencial}} = \frac{Q}{V} = \frac{1C}{1V} = 1F$$

En la práctica, el faradio resulta demasiado grande y se emplean submúltiplos: el microfaradio (mF) y el picofaradio (pF), que equivalen a

1 F = 1.000.000 µF = 1.000.000.000.000 pF

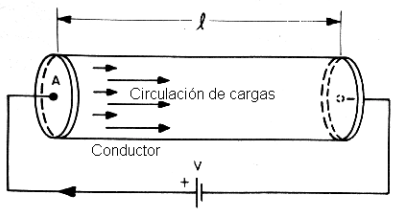
Las cargas bajo la acción de un campo eléctrico, pueden moverse a través de determinados cuerpos, que tienen gran cantidad de electrones libres en su estructura atómica, llamados buenos conductores, como la plata, el cobre y, en general todos los metales, las disoluciones de ácidos, bases y sales, y generalmente todos los cuerpos húmedos.
Los cuerpos que no conducen la electricidad se denominan malos conductores o aislantes como la madera, el papel, el vidrio, los plásticos, etc.
La capacidad aislante de un cuerpo depende de su temperatura. Así, el vidrio caliente aísla peor que cuando está frío.

CORRIENTE ELECTRICA

Cuando existen cargas "estacionadas" en un cuerpo se habla de electricidad estática. Cuando las cargas fluyen a través de un conductor debido a la acción de un campo eléctrico, se habla de corriente eléctrica.

La corriente eléctrica se establece a través de un conductor debido a la acción de una batería, porque al estar cargados los dos polos de la batería (que consiste en un número de celdas que convierten energía proveniente de una transformación química en energía eléctrica), se origina una presión eléctrica distinta en cada uno de ellos, estableciéndose una diferencia de potencial o fuerza electromotriz, que es la responsable del paso de corriente.

Durante dicho paso los electrones van desde el polo negativo al positivo, si bien, por razones históricas, se dice que la corriente circula del polo positivo al negativo.



Si una corriente eléctrica circula por un conductor, realiza un trabajo y tiene lugar un desprendimiento de calor.
El movimiento de cargas se ve impedido en parte por la transferencia de energía entre átomos adyacentes en el conductor. Las cargas chocan con los átomos constituyentes a medida que se mueven bajo la influencia del campo eléctrico, transfiriendo parte de su energía.
En este proceso se genera calor por agitación térmica del material. Este fenómeno se conoce con el nombre de efecto Joule. El número de choques depende de las características químicas del material

Entre las numerosas aplicaciones del efecto Joule citaremos las planchas, las cocinas y las estufas eléctricas, las lámparas de incandescencia, los calentadores, etc. Los fusibles que se intercalan en los circuitos para evitar el paso de intensidades excesivas que pueden perjudicar los aparatos intercalados y la misma instalación, se basan en la fusión de un hilo por el calor desarrollado cuando la intensidad de la corriente alcanza un determinado valor. Al fundirse y quedar el circuito abierto, se interrumpe el paso de corriente.

La cantidad de cargas que circulan por el conductor en la unidad de tiempo se denomina intensidad de corriente, y es igual al cociente entre la carga que pasa por el conductor y el tiempo que ha tardado en atravesarlo.

$$\text{Intensidad} = \frac{\text{Cantidad de carga}}{\text{tiempo}} \qquad I = \frac{Q}{t}$$

Si la carga de 1 culombio pasa por un conductor en 1segundo, decimos que la intensidad de corriente es de 1amperio. Esta es la unidad de intensidad en el sistema MKS. Por tanto,

$$1 \text{ amperio} = \frac{1 \text{ culombio}}{1 \text{ segundo}} \qquad 1\ A = \frac{1C}{1s}$$

Algunas veces para medir cantidades de electricidad, o sea, la carga, se emplea el amperio-hora, que corresponde a la cantidad de carga transportada durante 1 hora por una corriente constante de intensidad igual a 1 amperio, luego,

1A.h = 1 A x 3.600 s= 3.600 C

POTENCIA ELECTRICA

La cantidad de carga que atraviesa un conductor en un intervalo dado es igual a la intensidad por el tiempo empleado en dicha circulación:

Q = I.t

El trabajo realizado por la corriente será:

W = Q.V = V.I.t V.A.s = J

Trabajo = Diferencia de potencial x intensidad x tiempo
julios(J) voltios(V) amperios(A) segundos(s)

Si el tiempo considerado es un segundo tendremos la potencia.

P = W/t = V.I

Potencia = Diferencia de potencial x intensidad
vatios (W) voltios (V) amperios (A)

El kilovatio (kW) equivale a 1000 W y el megavatio a 1000000 W.
Se menciona a menudo el kW-h que es equivalente a una potencia de 1kW desarrollándose durante una hora o sea un trabajo de 3.600.000 J.

Problema de aplicación

Vamos a suponer que en nuestro domicilio disponemos de una intensidad de 5 A y la ddp sea de 220V.
¿Cuántas luces podremos encender, y qué número de aparatos eléctricos podremos poner en marcha?
P = V .I = 220V.5A = 2200W

Podemos encender la lámpara del comedor (100W), la del baño (40 W), la de la cocina (60 W) y dos del despacho (200W), podemos conectar el equipo de audio (100 W), el batidor eléctrico (30 W), la máquina de afeitar (5W) , la heladera eléctrica (250W), el lavarropas (entre 500W y 2kW).

¿Cuántas calorías dará una estufa de 600 W que está encendida durante tres horas si la ddp es de 220V?

En primer lugar calculamos el calor desprendido en tres horas (3 x 60 x 60) = 10.800 segundos.

Calor = Potencia x tiempo = 600W x 10.800s = 6.480.000 J, o sea, 6.480kJ.

Si se expresa en calorías, debe multiplicarse por 0,239, que es el equivalente de un julio en calorías (1 Caloría es la cantidad de calor necesaria para elevar 1° la temperatura de 1l de agua)

Es decir que a lo largo de las 3 horas, se han suministrado:

6480 kJ . 0,239 cal/J = 1549 Cal

El consumo en kW-h será de 600W x 3h = 1.800 W-h = 1,8 kW-h.

LEY DE OHM

En 1822, el físico alemán Ohm estableció el concepto de resistencia eléctrica como la relación entre la diferencia de potencial sobre un conductor y la intensidad de corriente que circula a través de él.

$$\text{Resistencia} = \frac{\text{Diferencia de potencial}}{\text{Intensidad}}$$

En el sistema MKS, la unidad de resistencia es el ohmio (Ω) y corresponde a "la resistencia que ofrece un conductor que es recorrido por una corriente de 1 amperio cuando entre sus extremos existe una diferencia de potencial de 1 voltio, o sea

$$1\Omega = \frac{1\ V}{1\ A}$$

La experiencia nos enseña que la resistencia de un conductor depende del material de que está constituido, de su longitud y de su espesor. Cuanto más largo es un conductor, tanto mayor es la resistencia que opone al paso de la corriente eléctrica, {porque se intercambia mas energía por choques durante la trayectoria) y cuanto más grueso tanto menor (porque existe una superficie mayor por donde pueden circular las cargas). Si llamamos l a la longitud en m, S a la sección en m^2 y R a la resistencia en W, tenemos

$$R = \rho \frac{l}{S}\ [\Omega]$$

siendo ρ una constante de proporcionalidad que depende de la naturaleza del conductor, conocida con el nombre de resistencia específica o resistividad. Sus unidades son Ω.m ó bien $\Omega mm^2/m$. El valor recíproco de la resistividad se llama conductividad (σ).

El mejor conductor de la electricidad es la plata, pero, dado su elevado precio, se utiliza corrientemente el cobre, que también es muy buen conductor y su precio más asequible.

Problema de aplicación

Supongamos un circuito formado por una pila cuya ddp (FEM) es de 3 V y un alambre de 6 Ω de resistencia. Calcular la intensidad que circula por el circuito.
A partir de la ley de Ohm, tenemos,

$$\frac{3\ V}{I} = 6\ \Omega$$

de donde, despejando I, tenemos

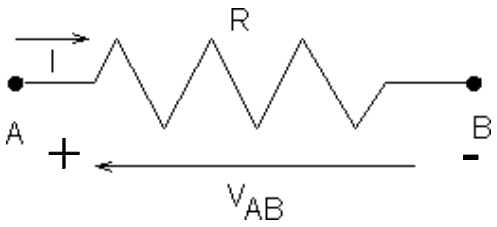
$$I = \frac{3\ V}{6\ \Omega} = 0{,}5\ A$$

Al sustituir el alambre por otro del mismo material y de igual sección, se observa que la intensidad de corriente es de 0,25 A, hallar la resistencia del nuevo circuito e indicar cuál es la longitud del alambre con respecto al primero. Procediendo como antes, establecemos

$$R = \frac{3V}{0{,}25\ A} = 12\ \Omega$$

Como la resistencia es doble que la primitiva, y el alambre es del mismo material y de idéntica sección, su longitud será doble que la del primero.

La representación gráfica circuital es como sigue:



LEYES DE KIRCHHOFF

Son una aplicación de la ley de Ohm y sirven para determinar la magnitud y sentido de las corrientes que circulan por una red.

Se llama red a un conjunto de circuitos cerrados.

Nodo es el punto donde se encuentran varios circuitos.

Malla es cualquier circuito que pueda ser recorrido volviendo al punto de partida sin pasar más de una vez por el mismo punto.

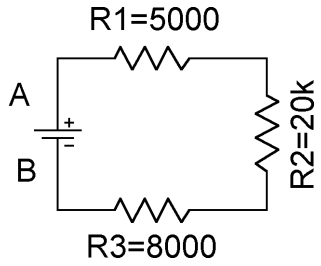
La primera ley de Kirchhoff dice que "la suma de diferencias de potencial en una malla, es igual a 0".

La segunda ley de Kirchhoff dice que "en un nodo, la suma de las intensidades que llegan es igual a la suma de las intensidades que de él parten"; por tanto, en el nodo no se acumula carga alguna.

Cuando se unen por medio de un hilo conductor dos ramas por las cuales circulan corrientes iguales, se dice que se establece un puente (puente de Wheatstone). La corriente circulará por él en determinado sentido, pero si se mueven los puntos de contacto de este puente de modo que corran a lo largo de las dos ramas, llegará un momento en que no circulará corriente porque se habrán anulado las dos tendencias contrarias, es decir, el producto de intensidades por resistencias será igual en las ramas del puente y se habrá establecido un equilibrio.
El puente de Wheatstone sirve para calcular resistencias, puesto que, conocidas las longitudes de los hilos que equilibran el puente, se puede calcular una resistencia o una intensidad desconocidas.
Las resistencias pueden unirse en serie, en paralelo o en combinación.

RESISTORES EN SERIE

Problema de aplicación



En el circuito anterior, aplicando las leyes de Ohm y Kirchhoff, se pide calcular la corriente que circula por la malla si V_{AB}= 250V.
Según la primera ley de Kirchhoff:

$V_{AB} = V_{R1} + V_{R2} + V_{R3}$

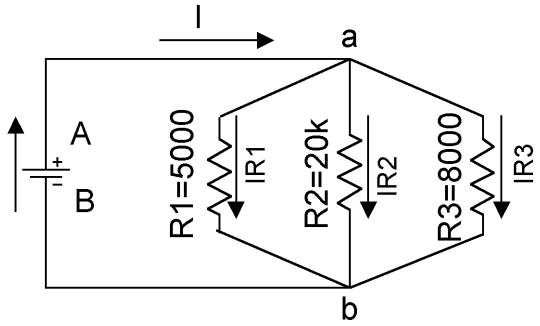
$V_{AB} = I.R_1 + I.R_2 + I.R_3$ Por lo tanto:

$$\frac{V_{AB}}{R_1 + R_2 + R_3} = I \quad \frac{250\,V}{5000\Omega + 20000\Omega + 8000\Omega} = 0{,}0075\ A = 7{,}5\ mA$$

RESISTORES EN PARALELO

Problema de aplicación

Se pide ahora averiguar la corriente I en el siguiente circuito.



En este caso, aplicando la segunda ley de Kirchhoff, por ejemplo en el nodo a:

$$I = I_{R1} + I_{R2} + I_{R3}$$

$$I_{R1} = \frac{V_{AB}}{R1} \quad I_{R2} = \frac{V_{AB}}{R2} \quad I_{R3} = \frac{V_{AB}}{R3}$$

$$I_{R1} = \frac{250\,V}{5000\Omega} = 50\ mA$$

$$I_{R2} = \frac{250\,V}{20000\Omega} = 12{,}5\ mA$$

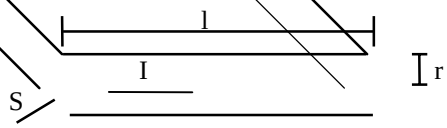
$$I_{R3} = \frac{250\,V}{8000\Omega} = 31{,}25\ mA$$

$$I = I_{R1} + I_{R2} + I_{R3} = 93{,}75\ mA$$

TRABAJO PRÁCTICO DE PROBLEMAS N°1

Problema 1

En un conductor cilíndrico de radio r =1cm, y $\sigma = \frac{1}{3}.10^{8}.\frac{1}{\Omega.m}$, la corriente circula paralelamente al eje en forma homogénea (σ llamada conductividad del material es la inversa de ρ resistividad).

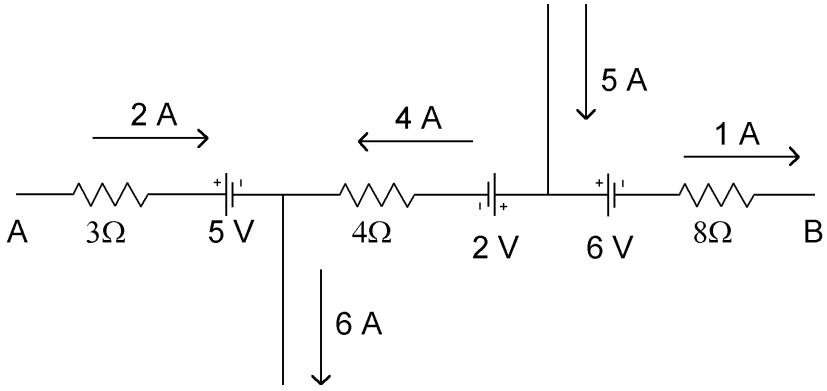


a) Expresar la resistencia R en función de la longitud, sección y resistividad.

b) Calcular la resistencia que presentaría un conductor de 10 km de largo.

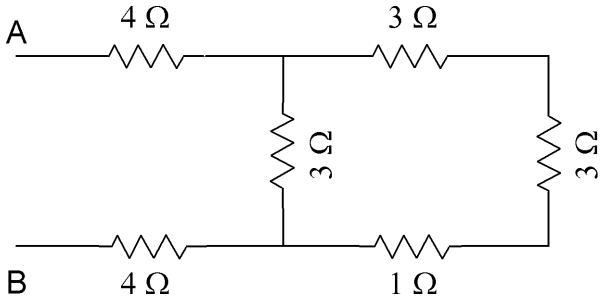
c) Calcular la corriente que circulará si al conductor del punto b) se le aplica una ddp entre extremos de 10 V.

T.P. N° 1 Problema 2



Calcular la diferencia de potencial entre A y B (V_{AB}).

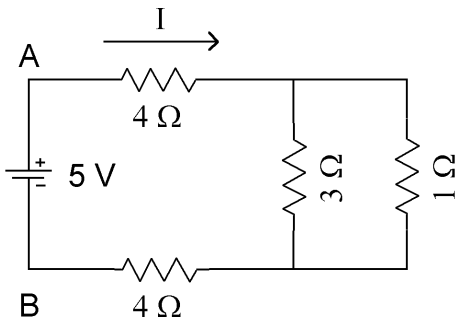
T.P. N° 1 Problema 3



Hallar la resistencia equivalente entre los extremos A y B.

T.P. N° 1 <u>Problema 4</u>

Para el siguiente circuito calcular :



a) La ddp sobre las resistencias del paralelo

b) La corriente en cada uno de los resistores.

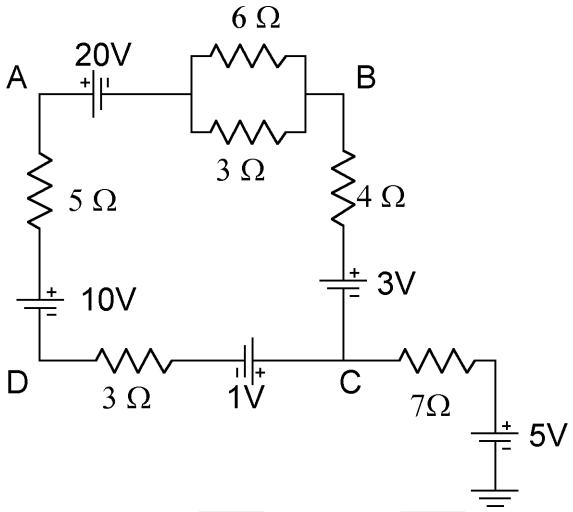
c) La corriente total (I) .

d) La potencia total disipada.

e) La potencia disipada en cada uno de los resistores.

T.P. N° 1 <u>Problema 5</u>

Para el circuito siguiente calcular:



a) La corriente en el circuito.

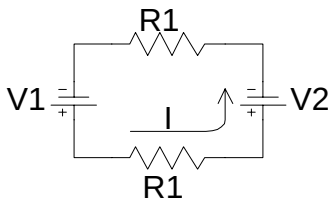
b) La corriente en cada una de las resistencias del paralelo.

c) El potencial en A,B,C,D y las diferencias de potencial V_{AB}, V_{AD}, V_{CD}, V_{BC}.

RESPUESTA DE CIRCUITOS A SEÑALES CONTINUAS

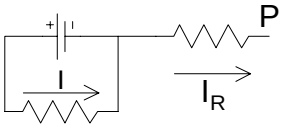
LEY DE OHM GENERALIZADA:

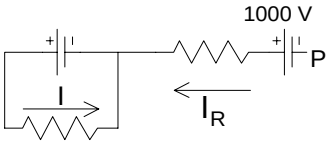
<u>En los circuitos de corriente constante no se producen acumulaciones o decrecimiento de cargas, en ninguna parte del circuito.</u>
Por ejemplo en el circuito:



La corriente I es la misma en todas partes, de otro modo se produciría acumulación o disminución de cargas en algún punto.

Por el mismo motivo en la figuras:

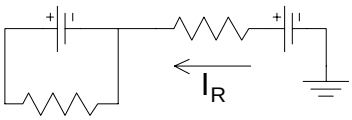




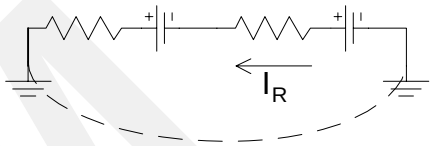
Si I_R circulara hacia la derecha, se acumularían cargas en P, si circulara hacia la izquierda disminuirían las cargas en P, por lo tanto $I_{R=0}$.

Conectar a masa o a tierra, significa conectar un punto a potencial 0, pero por una sola conexión a tierra tampoco circula corriente.

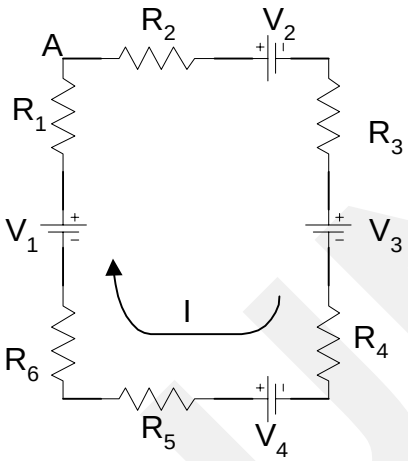
$I_R = 0$



En cambio, cuando se conectan dos puntos a tierra, se establece una corriente, porque se unen dos puntos mediante un conductor de resistencia 0.
Pensada como un resistor, el área de la tierra es muy grande, por lo tanto su resistencia tiende a 0



En un circuito como el de la siguiente figura:



Si circulamos partiendo desde el punto A, regresando al mismo punto, $V_A - V_A = 0$, (la suma algebraica de las diferencias de potencial es 0). Esto quiere decir que la sumatoria algebraica de caídas de potencial en los resistores, se compensa con la sumatoria algebraica de las diferencias de potencial en las baterías (FEM).

$$\sum FEM = \sum I.R \quad (1)$$

Como la corriente es la misma en todo el circuito, se obtiene:

$$I = \frac{\sum FEM}{\sum R} \quad (2)$$

Esta es la expresión de la ley de OHM generalizada.

Para recorrer el circuito, se adopta un sentido arbitrario de circulación de corriente, y como regla para asignar el signo de las FEM en el primer miembro de (1) se adoptará la siguiente:

Si la flecha de circulación SALE por el positivo de la FEM (+) se tomará como una FEM positiva para el cálculo.

Cuando en una malla circule mas de una corriente, si el sentido de las corrientes coincide con el sentido de circulación adoptado, las caídas de potencial en los resistores se tomarán como positivas en el segundo miembro de (1).

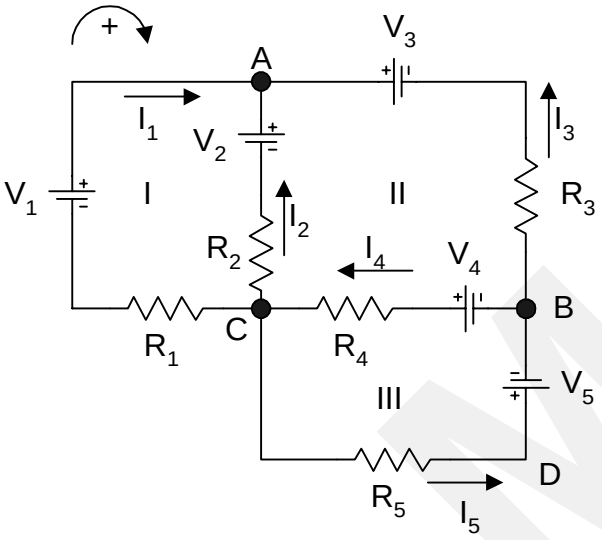
Aplicando estas reglas a la malla anterior se obtiene:

$$I = \frac{V_1 - V_2 - V_3 + V}{R1 + R2 + R3 + R4 + R5}$$

Si el resultado de I es positivo, el sentido real de corriente coincide con el adoptado, si es negativo el sentido real es contrario al adoptado.

RESOLUCION SISTEMATICA DE CIRCUITOS

Se verá el caso de un circuito general como el que se indica:



Se determinarán los pasos necesarios para resolverlo, en forma no totalmente rigurosa, y sin embargo, operativa.

a) Encontrar los nodos del circuito (puntos a los que concurren mas de dos conductores).

En el ejemplo A, B y C son nodos, en cambio D no es un nodo porque al mismo convergen solo dos conductores .

b) Encontrar las ramas del circuito (camino dentro de un circuito que une dos nodos sin pasar por un tercero)

En el ejemplo se tienen las ramas:

A -V_1 - R_1 - C ; A - V_2 - R_2 - C ; A -V_3 - R_3 - B ; C - R_4 - V_4 - B ; C - R_5 - V_5 - B.

En todos los puntos de una rama circula la misma corriente.

c) Asignar a la corriente de cada rama un sentido arbitrario y una identificación.
En el ejemplo I_1 ; I_2 ; I_3 ; I_4 ; e I_5 con los sentidos indicados.

d) Obtener las ecuaciones que permitan calcular las incógnitas.

d-1 Primero se plantean las ecuaciones independientes de nodo según la primera ley de Kirchhoff.

(Para N nodos existen N-1 ecuaciones independientes).

$$I_1 + I_2 + I_3 = 0 \quad (3) \qquad\qquad I_5 = I_4 + I_3 \quad (4)$$

(Se asigna arbitrariamente signo (+) a las corrientes que entran al nodo)

la tercer ecuación ($I_4 = I_5 + I_2 + I_1$) es linealmente dependiente de las dos anteriores por lo tanto no puede usarse.

d-2 Luego se plantean las ecuaciones de malla independientes según la segunda ley de Kirchhoff

Si el número de ramas es R y el de nodos N, entonces la cantidad de ecuaciones de malla independientes que pueden plantearse es (R - N + 1).

En el ejemplo las mallas I, II y III

Para elegir las mallas se debe tomar en cuenta que queden incluidas todas las FEM, resistencias y corrientes del circuito.

d-3) Se elige un sentido de circulación en las mallas, y se las recorre planteando $\sum FEM = \sum R.I$

Malla I $V_1 - V_2 = I_1.R_1 - I_2.R_2$ (5)

Malla II $V_2 - V_3 + V_4 = I_2.R_2 - I_3.R_3 + I_4.R_4$ (6)

Malla III $V_5 - V_4 = -I_5.R_5 - I_4.R_4$ (7)

Una vez que se tiene el sistema de ecuaciones, (3 ; 4 ; 5 ; 6 y 7 en este caso) se averiguan las incógnitas.

Si bien normalmente son incógnitas las corrientes en cada rama, también pueden serlo alguna FEM o resistencia, sin embargo las ecuaciones serán siempre las planteadas.

Como aplicación averiguar las corrientes en el circuito planteado con:

$V_1 = 9$ V $R_1 = 20\ \Omega$

$V_2 = 12$ V $R_2 = 10\ \Omega$

$V_3 = 6$ V $R_3 = 30\ \Omega$

$V_4 = 24$ V $R_4 = 15\ \Omega$

$V_5 = 3$ V $R_5 = 25\ \Omega$

MÉTODOS DE RESOLUCIÓN

De las ecuaciones de nodo (3 y 4) puede obtenerse:

$I_1 = - I_2 - I_3$ $I_5 = I_4 + I_3$

Sustituyendo I_1 e I_5 por sus expresiones en las ecuaciones de malla (5,6 y 7) se llega a:

Malla I $V_1 - V_2 = -(I_2 + I_3) R_1 - I_2 R_2 = - I_2 (R_1 + R_2) - I_3 R_1$

Malla II $V_2 - V_3 + V_4 = I_2 R_2 - I_3 R_3 + I_4 R_4$

Malla III $V_5 - V_4 = -(I_4 + I_3).R_5 - I_4.R_4 = -I_4 (R_5 + R_4) - I_3 R_5$

Se reordenan ahora los términos de las ecuaciones para su resolución por cualquiera de los métodos habituales.

$V_1 - V_2 = - I_2 (R_1 + R_2) - I_3 R_1 + I_4 0$

$V_2 - V_3 + V_4 = + I_2 R_2 - I_3 R_3 + I_4 R_4$

$V_5 - V_4 = + I_2 0 - I_3 R_5 - I_4 (R_5 + R_4)$

Para simplificar los cálculos, se reemplazarán los resistores y FEM por los valores del problema anterior.

$-3 = - I_2 30 - I_3 20 + I_4 0$

$30 = + I_2 10 - I_3 30 + I_4 15$

$-21 = + I_2 0 - I_3 25 - I_4 40$

$$\Delta = \begin{vmatrix} -30 & -20 & 0 \\ 10 & -30 & 15 \\ 0 & -25 & -40 \end{vmatrix} = -30 \begin{vmatrix} -30 & 15 \\ -25 & -40 \end{vmatrix} - (+10) \begin{vmatrix} -20 & 0 \\ -25 & -40 \end{vmatrix} + 0$$

$\Delta = -30 (1200 + 375) - 10 (800) = -55250$

$$I_2 = \frac{\begin{vmatrix} -3 & -20 & 0 \\ 30 & -30 & 15 \\ -21 & -25 & -40 \end{vmatrix}}{\Delta} = \frac{-3 \begin{vmatrix} -30 & 15 \\ -25 & -40 \end{vmatrix} - (-20) \begin{vmatrix} 30 & 15 \\ -21 & -40 \end{vmatrix} + 0}{-55250}$$

$I_2 = 0{,}406$ A (coincidente con el sentido elegido)

$$I_3 = \frac{\begin{vmatrix} -30 & -3 & 0 \\ 10 & 30 & 15 \\ 0 & -21 & -40 \end{vmatrix}}{\Delta} = \frac{-30 \begin{vmatrix} 30 & 15 \\ -21 & -40 \end{vmatrix} - (-3) \begin{vmatrix} 10 & 15 \\ 0 & -40 \end{vmatrix} + 0}{-55250}$$

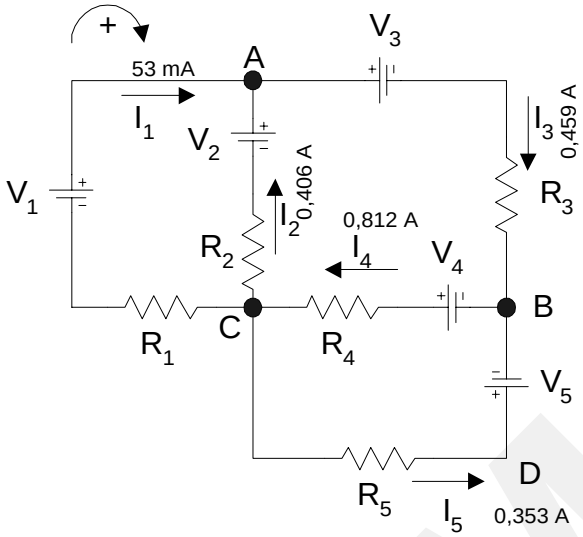
$I_3 = -0{,}459$ A (en sentido contrario al adoptado)

$$I_4 = \frac{\begin{vmatrix} -30 & -20 & -3 \\ 10 & -30 & 30 \\ 0 & -25 & -21 \end{vmatrix}}{\Delta} = \frac{-30 \begin{vmatrix} -30 & 30 \\ -25 & -21 \end{vmatrix} - 10 \begin{vmatrix} -20 & -3 \\ -25 & -21 \end{vmatrix} + 0}{-55250}$$

$I_4 = 0{,}812$ A (en el sentido adoptado)

$I_1 = - I_2 - I_3 = - 0{,}406$ A $+ 0{,}459$ A $= 0{,}053$ A $= 53$ mA (en el sentido adoptado)

$I_5 = I_4 + I_3 = 0{,}812\ A - 0{,}459\ A = 0{,}353\ A$ (en el sentido adoptado)

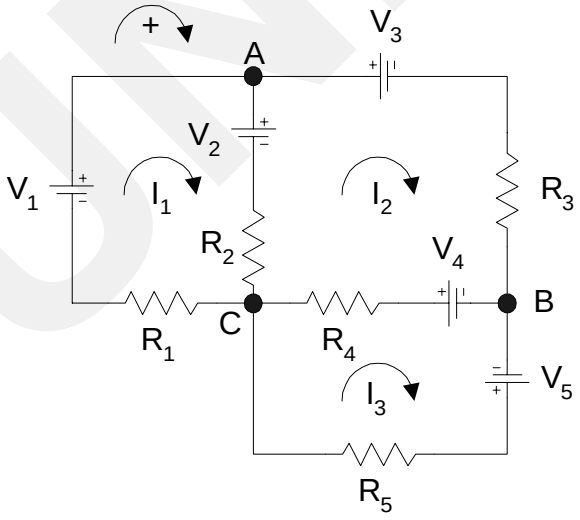


METODO DE LAS MALLAS

1- Se identifican las mallas independientes del circuito

2- Asignar a cada malla una corriente de sentido arbitrario y una identificación.

3- Se plantean las ecuaciones de malla según $\sum FEM = \sum R.I$, (Se debe tener en cuenta en las ramas compartidas por varias mallas la suma algebraica de las corrientes que circulan).



Al plantear las ecuaciones se obtiene:

Malla I	$V_1 - V_2$	=	$I_1 (R_1 + R_2)$	-	$I_2 R_2$	+	$I_3\ 0$
Malla II	$V_2 - V_3 + V_4$	=	$- I_1 R_2$	+	$I_2 (R_2 + R_3 + R_4)$	-	$I_3\ R_4$
Malla III	$V_5 - V_4$	=	$I_1\ 0$	-	$I_2\ R_4$	+	$I_3\ (R_4 + R_5)$

Reemplazando por los valores del problema anterior:

Malla I	-3	=	I_1 30	-	I_2 10	+	I_3 0
Malla II	30	=	- I_1 10	+	I_2 55	-	I_3 15
Malla III	-21	=	I_1 0	-	I_2 15	+	I_3 40

Resolviendo se obtienen los siguientes valores:

I_1 = 53 mA (con sentido igual al adoptado)

I_2 = 0,459 A (con sentido igual al adoptado)

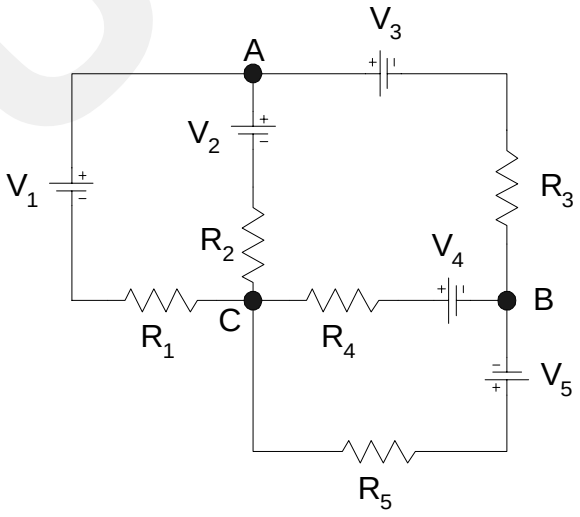
I_3 = -0,353 A (con sentido opuesto al adoptado)

En las ramas compartidas por varias mallas circulan:

I_{R2} = (0,459 - 0,053) A = 0,406 A (en el sentido de I_2)

I_{R4} = (0,459 + 0,353) A = 0,812 A (en el sentido de I_2)

METODO DE LAS TENSIONES DE NODO:



1- Seleccionar uno de los nodos como referencia.

2- Aplicando la primera ley de Kirchhoff en los nodos restantes plantear las ecuaciones de nodo que correspondan.

3- Obtener los valores de las incógnitas.

Si aplicamos el método al problema tendremos:

Elegimos como referencia el nodo C y sentidos (+) de corrientes salientes de los nodos.

$$I_{R2} + I_{R3} + I_{R1} = 0 \text{ (Nodo A)}$$
$$I_{R3} + I_{R4} + I_{R5} = 0 \text{ (Nodo B)}$$

$$\frac{V_{AC} - V_2}{R_2} + \frac{V_{AC} - V_3 - V_{BC}}{R_3} + \frac{V_{AC} - V_1}{R_1} = 0 \quad \text{(Nodo A)}$$
$$\frac{V_{BC} - V_{AC} + V_3}{R_3} + \frac{V_{BC} + V_4}{R_4} + \frac{V_{BC} + V_5}{R_5} = 0 \quad \text{(Nodo B)}$$

Reordenando para el tratamiento por determinantes:

$$\frac{V_2}{R_2} + \frac{V_3}{R_3} + \frac{V_1}{R_1} = V_{AC}\left(\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} + \frac{1}{R_3}\right) - V_{BC}\left(\frac{1}{R_3}\right)$$
$$-\frac{V_3}{R_3} - \frac{V_4}{R_4} - \frac{V_5}{R_5} = -V_{AC}\left(\frac{1}{R_3}\right) + V_{BC}\left(\frac{1}{R_3} + \frac{1}{R_4} + \frac{1}{R_5}\right)$$

Se reemplazan ahora los valores que son datos.

$$1{,}95 = V_{AC}\ 0{,}183 - V_{BC}\ 0{,}033$$
$$-1{,}92 = -V_{AC}\ 0{,}033 + V_{BC}\ 0{,}14$$

Resolviendo por los métodos anteriores se obtienen:

$\Delta = 0{,}02453$

$V_{AC} = 7{,}94$ V $\qquad V_{BC} = -11{,}8$ V

$I_{R2} = -0{,}353$ A (el signo negativo indica que entra al nodo A)

$I_{R1} = -0{,}053$ A (el signo negativo indica que entra al nodo A)

$I_{R3} = 0{,}46$ A (sale del nodo A)

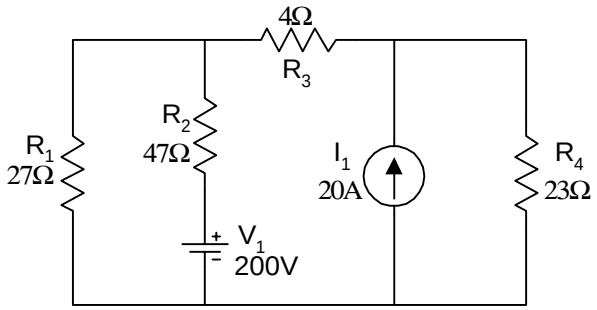
$I_{R5} = -0{,}353$ A (entra al nodo B)

$I_{R4} = 0{,}812$ A (sale del nodo B)

PRINCIPIO DE SUPERPOSICIÓN

Para una red lineal (por ejemplo una red de resistencias) , que contenga dos o más fuentes independientes, pueden obtenerse las corrientes en las diversas ramas y ddp en los nodos, calculando las contribuciones debidas a cada fuente independiente por separado y sumando algebraicamente los resultados.

Por ejemplo en el siguiente circuito:



(De forma similar a una FEM ideal, que mantiene una ddp constante entre sus extremos, independiente del circuito conectado a ella, una fuente de corriente ideal hace circular una corriente fija independiente del circuito asociado)

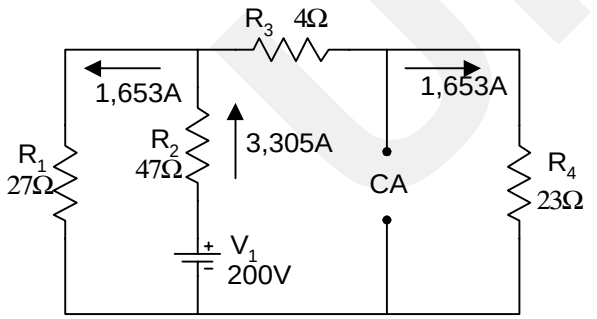
Cuando se considera, según el principio de superposición, la contribución de cada fuente por separado, debe anularse el efecto de las demás fuentes pero no la carga que éstas imponen.

En la práctica las FEM no son ideales, cuando circula corriente la ddp suministrada disminuye.
Este efecto se toma en cuenta representando la FEM real como una FEM ideal con una resistencia serie de bajo valor llamada resistencia interna de la batería.
Para las fuentes de corriente, se considera la fuente ideal en paralelo con un resistor de alto valor que especifica su resistencia interna.

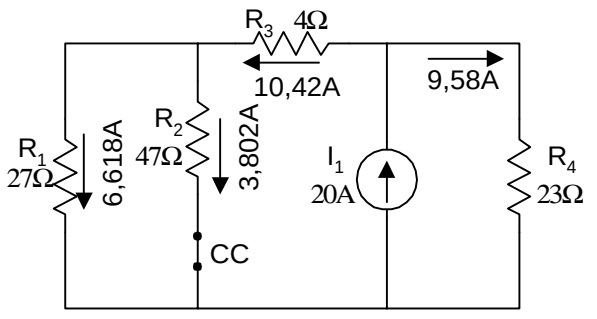
Cuando se anula el efecto de una FEM se la reemplaza por un cortocircuito pero se considera su resistencia interna serie, si existiera.
Cuando se anula una fuente de corriente, se la reemplaza por un circuito abierto pero se considera su resistencia interna paralelo, si existiera.

En el circuito en estudio se acepta que R_2 incluye la resistencia interna de V_1 y se ha tomado en cuenta la resistencia interna de I_1 en paralelo con R_4.

Cuando se consideran por separado V_1 e I_1 se obtiene:

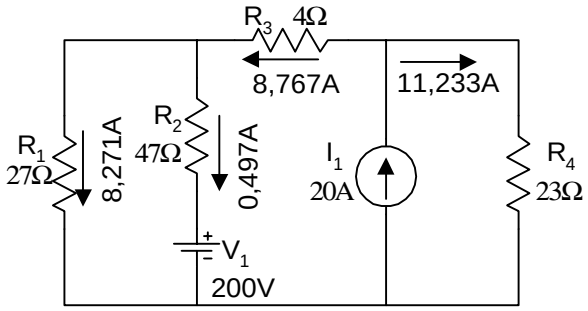


Considerando I_1 un circuito abierto.



Considerando V_1 un cortocircuito.

La superposición de las fuentes da como resultado:



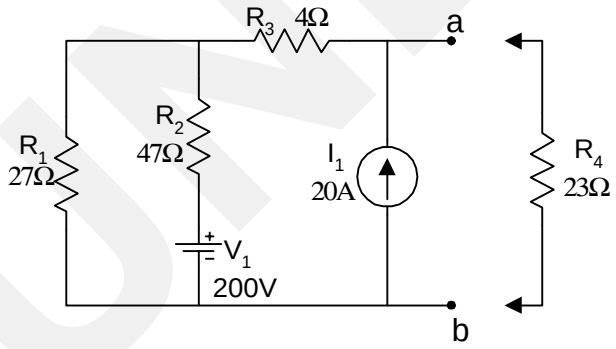
TEOREMAS DE THEVENIN Y NORTON

Teorema de Thevenin: Una red lineal que contenga varias FEM y/o fuentes de corriente, puede reemplazarse por una FEM única, con una resistencia en serie, dicha FEM se denomina Tensión equivalente de Thevenin.

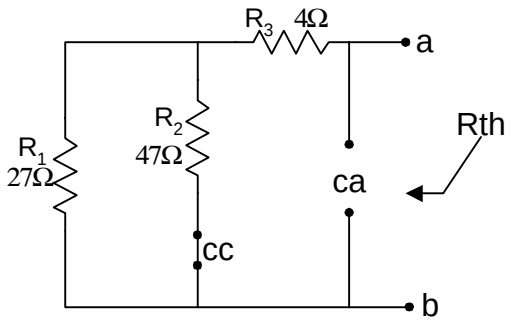
Teorema de Norton: Una red lineal con varias FEM y/o fuentes de corriente, puede reemplazarse por una fuente de corriente única con una resistencia en paralelo, esta fuente se denomina corriente equivalente de Norton.

OBTENCION DE LOS CIRCUITOS EQUIVALENTES:

Por ejemplo en el circuito anterior se hallará el circuito equivalente de Thevenin y de Norton entre los terminales a y b:

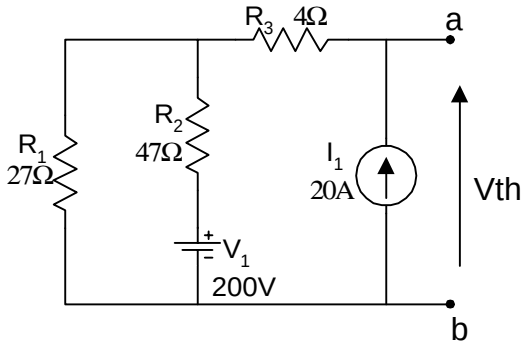


1- Se determina la resistencia entre los terminales a y b anulando el efecto de todas las fuentes, pero no la carga que imponen (resistencias internas). Este valor es la resistencia equivalente de Thevenin y coincide con la resistencia equivalente de Norton.



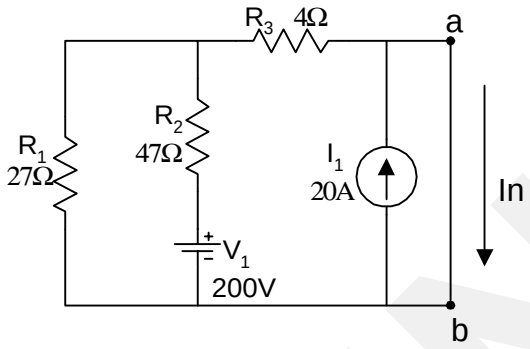
El valor de Rth = 21,15W

2- a) Para el equivalente de Thevenin se determina la ddp entre a y b a circuito abierto con todas las fuentes actuando (este valor es la tensión equivalente de Thevenin).



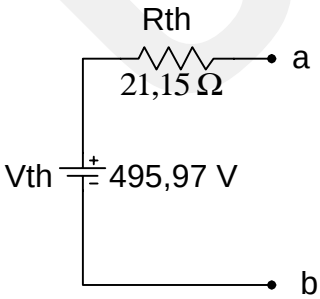
Vth = 495,97 V

2- b) Para el equivalente de Norton se determina la corriente que circula por ab en cortocircuito, (este valor es la corriente equivalente de Norton).

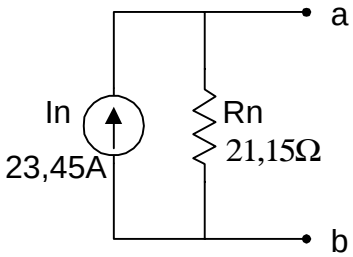


In = 23,45 A

Los respectivos circuitos equivalentes finales se muestran en las figuras siguientes.



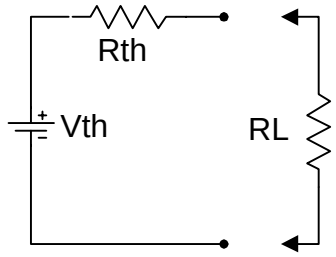
Circuito equivalente de Thevenin



Circuito equivalente de Norton

TEOREMA DE LA MAXIMA TRANSFERENCIA DE POTENCIA

Cuando se desea conseguir la máxima transferencia de potencia desde una red activa a un resistor externo Rl, se obtiene en primer término el equivalente por ejemplo de Thevenin del circuito.



$P_L = \frac{Vth^2}{(Rth + RL)^2} \cdot RL$ Si se deriva respecto de RL y se iguala a 0 para encontrar el máximo, se verifica que debe ser RL = Rth, es decir que se obtiene la máxima transferencia de potencia cuando la resistencia de carga es igual a la del generador y en este caso la mitad de la energía suministrada se disipa sobre la carga.

$$\frac{dPL}{dRL} = 0 = Vth^2\left(\frac{(RL + Rth)^2 - 2(RL + Rth)RL}{(RL + Rth)^4}\right)$$ por lo tanto :

$$RL^2 + Rth^2 + 2.RL.Rth = 2.RL^2 + 2.RL.Rth$$

$$RL = Rth$$

UNLM